USO DE LAS PERMEABILIDADES LEFRANC DE UN MEDIO POROSO HETEROGENEO

PREPARO. ING.LUIS AYESTARAN
ING.FEDERICO HORNE

SETIEMBRE .1977

R E S U M E N

El trabajo surge ante la necesidad de encontrar una permeabilidad o conductividad hidráulica a los fines de diseño para la construcción de la presa compensadora de Planicie Banderita, ya se trate de un valor a adoptar para el análisis de un problema local, ya para la permeabilidad a usar en el diseño del contracanal de la presa.

Como datos relevados en el área se disponía de una muestra de 52 valores de K puntuales obtenidos a través de ensayos Lefranc y un valor global generado por un ensayo de bombeo de pozo realizado en la misma zona.

Partiendo de la función de distribución de la muestra Lefranc y encontrada la vinculación existente entre dichas muestras y el valor K global, fue posible generar sintéticamente un conjunto de valores K pozos y conocer en consecuencia su ley de distribución.

Conocida las funciones de distribución de los K Lefranc (relevadas) y los K Dupuit o globales (generada) fue posible tomar valores de permeabilidad confiables, para el análisis local de escurrimientos a partir de la primera (distribución) y para el estudio de escurrimiento general de la zona en base a la segunda.

Es importante mencionar la posibilidad de evaluar valores de permeabilidad representativas de ensayos de bombeo)costosos y lentosº en base a una muestra de permeabilidades obtenidas a partir de ensayos Lefranc, en medios heterogéneos.

1.- VINCULACION ENCONTRADA ENTRE LAS PERMEABILIDADES LEFRANC Y LA RESULTANTE DE UN ENSAYO DE BOMBEO. Y USO DE LA GENERACION SINTETICA PARA LA OBTENCION DE PERMEABILIDADES DE DISENO.

Cuando por razones de economía, se comenzó a pensar en la posibilidad de hacer permeable la presa lateral del Compensador de Planicie Banderita, HIDRONOR S.A. encaró una serie de investigaciones tendientes a determinar los efectos de una obra de esa índole.

Ello llevó a que se realizaran a lo largo del cierre lateral (3Km), Vs. sondeos, en los cuales se hicieron en forma sistemática 52 ensayos LEFRANC de permeabilidad puntual. También se llevó a cabo un ensayo de pozo con el objeto de medir la permeabilidad global de la zona de mayor carga hidráulica.

Con toda esa información el problema del proyectista fue determinar las permeabilidades a usar en el proyecto: ¿qué valor usar para el análisis de algún problema local?, ¿qué permeabilidad adoptar para el diseño del contracanal de la presa?

Graficando los valores (cuadro 1 y 2) LEFRANC en un papel de probabilidades Log-normal, se encontró que en nuestro caso, estos se distribuían según una Ley Galton-Gibrat a dos parámetros (graf.1) de media $\overline{K}_p = 0.16$ cm/seg. desviación típica $\sigma_{KP} = 0.14$ cm/seg. , $\lambda_1 = 0.882$ y $\lambda_2 = -2.298$ y que responde a la siguiente ecuación:

$$F(K \leq a) = \frac{1}{K\lambda_1\sqrt{2\pi}} \int_0^a e^{-1/2\left(\frac{\ln K - \lambda_2}{\lambda_1}\right)^2} dK$$

HIDRONOR

CUADRO N° 1

PRUEBA DE BOMBEO "A" - PROGRESIVA 3450 27-30/7/77

ENSAYOS "OPEN-END"

Pozo N°	Cota (m)	Carga H (m)	Caudal Q(l/seg)	K (cm/seg)
A 1	331,8	1,00	1,017	0,33
	329,8	1,00	0,243	0,08
A 2	331,8	1,00	0,633	0,21
	329,8	1,00	0,750	0,25
A 3	331,8	1,00	0,217	0,07
	329,6	0,65	1,100	0,56
A 4	334,1			0,02
	332,1	3,93		0,15
	330,1	3,53		0,03
	328,1	4,10		0,06
A 5	333,2	2,48		0,18
	331,2	3,18		0,02
	329,2	3,07		0,15
A 6	333,2	2,30		0,001
	331,2	3,26		0,06
	329,2			0,26
	327,2	3,30		0,15
A 7	331,7	1,00		0,06
	329,7	0,25		0,19
A 8	331,8	1,00		0,04
	329,8	1,00		0,53
A 9	331,8	1,00		0,14
	329,6	1,00		0,14
	"	1,50		0,13
	"	2,00		0,12
	"	2,50		0,11
	"	3,00		0,11
	"	3,50		0,11
	"	4,00		0,11
A 10	331,7	0,50		0,07
	"	1,00		0,05
	"	1,50		0,05
	"	2,00		0,05
	"	2,50		0,05
	"	3,00		0,04
	"	3,50		0,04
	"	4,00		0,05
	329,8	4,33		0,14
A 11	334,3	2,30		0,01
	332,3	4,15		0,12
	330,3	3,97		0,15
	328,3	4,13		0,14
A 12	333,5	2,30		0,04
	331,4	3,18		0,12
	329,6	3,20		0,19

diámetro de camisa = 11 cm
caudal constante por 10 min.

$$K = \frac{Q \times 1000}{5,5 \times 5,5 \times M \times 100} \text{ cm/seg}$$

HIDRONOR

CUADRO N° 2

PRESA LATERAL - ENSAYOS "OPEN-END"

Pozo N°	Progr.	Cota (m)	Carga H (m)	Caudal Q(l/seg)	K (cm/seg)
Pz 1	3650	331,4	1,00	1,273	0,42
		329,4	1,00	0,417	0,14
Pz 2	3850	331,8	1,00	0,283	0,09
		329,8	1,00	0,190	0,06
Pz 3	4050	333,1	1,00	0,197	0,07
		331,1	1,00	0,213	0,07
		329,1	1,00	0,347	0,11
Pz 4	4250	332,4	1,00	0,233	0,07
		330,4	1,00	0,320	0,11
		328,4	1,00	0,640	0,21
Pz 5	4450	332,2	1,00	1,533	0,51
		330,5	1,00	1,360	0,45
Pz 7	4850	333,5	1,00	1,013	0,33
		331,5	1,00	0,353	0,12
		329,4	1,00	0,277	0,09
Pz 8	5050	333,5	1,00	0,883	0,29
		331,5	1,00	0,373	0,12
		329,5	1,00	0,437	0,14
Pz 9	5250		1,00	0,210	0,07
			1,00	0,973	0,32

diámetro de camisa = 10 cm

caudal constante por 10 min

$$K = \frac{Q \times 1000}{5,5 \times 5,5 \times H \times 100} \text{ cm/seg}$$

PROBABILIDAD - LOGARITMICA

GRAFICO 1

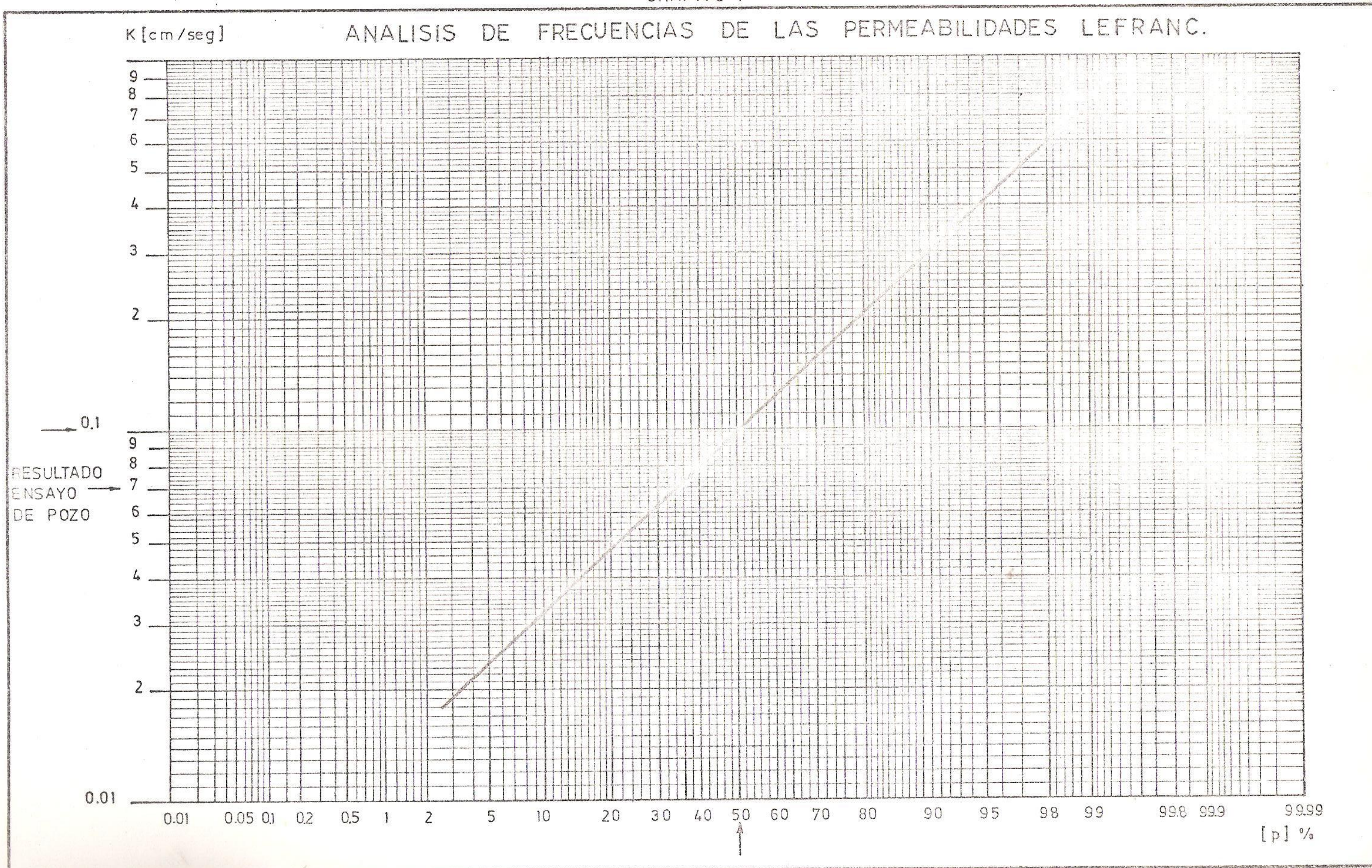
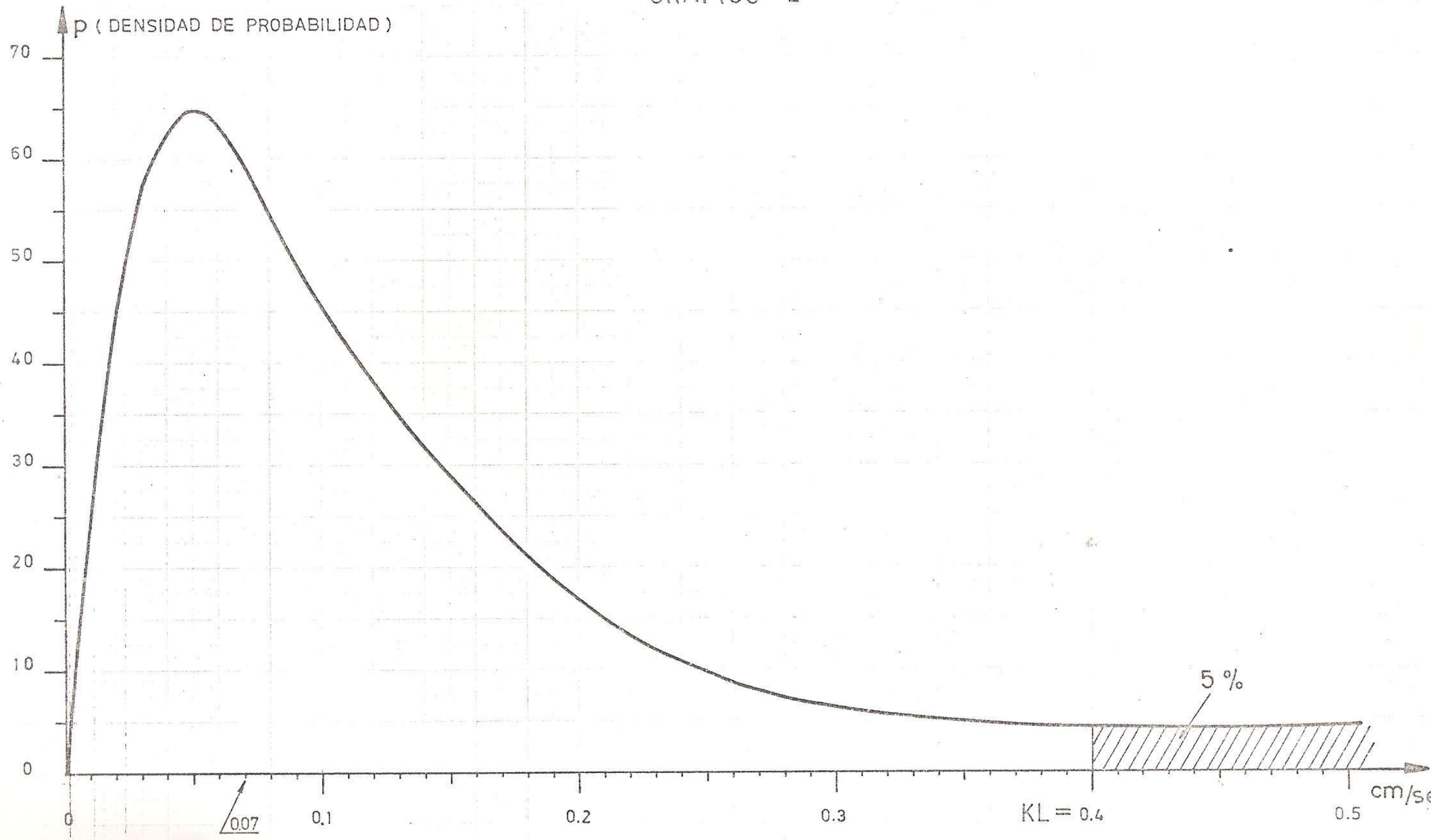


GRAFICO 2


p (DENSIDAD DE PROBABILIDAD)
70
60
50
40
30
20
10
0
5 %
0
0.07
0.1
0.2
0.3
KL = 0.4
0.5
cm/seg

Esta misma ley la hemnos graficado bajo la forma de densidad de frecuencias y la mostramos en el graf.2; la que debido a la particular formación del valle, presenta sus valores más frecuentes, en el campo de los limos y arenas finas.

Esta curva muestra entonces la distribución de densidades de todos los valores posibles de permeabilidad local. Teóricamente cualquier valor es "posible" y por ello es que usando un criterio ampliamente difundido en la ingeniería, hemos aconsejado usar como permeabilidad para análisis localizados el valor que era superado solamente el 5% de las veces. Resuelto así la primer incognita, queda entonces por contestar a la necesidad de saber que permeabilidad Dupuit adoptar.

El problema es complejo, pues no conocemos su ley de distribución y sólo poseemos el resultado de unos pocos (costosos) ensayos de pozo (1 en nuestro caso).

Como explicamos en 3. , si conociésemos qué vinculación existe entre los K Lefranc y el K del pozo, apoyándonos en la ley de los Lefranc y generando muestras de estos últimos (monte Carlo), "generariamos" tantos K de pozo como quisiéramos y de allí su ley, con lo cual el problema quedaría resuelto.

Para encontrar esa relación nos hemos apoyado en el razonamiento siguiente:

Analicemos el escurrimiento provocado por un pozo de bombeo. En planta el mismo tendría la forma mostrada en la figura 1, en la que los Ψ son líneas de corriente y $\emptyset$ líneas de equipotencial.

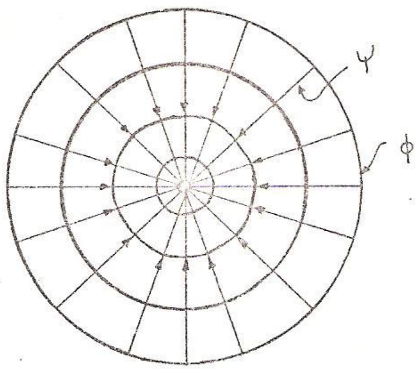


fig 1

Existiendo la simetría radial mostrada, es posible analizar el escurrimiento en uno de esos planos y luego extenderlo al resto del espacio.(fig 2)

Allí, aislaremos un "trozo" de escurrimiento tal como el ABCD, y estudiaremos el caso suponiendo que el mismo es aproximadamente rectangular.(fig 3)

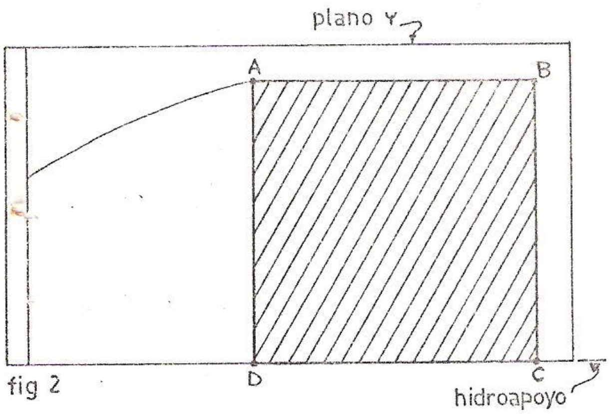


fig 2

dividiendo ABCD en pequeños elementos cuadrados tales que: $\Delta Y/\Delta X = 1$

y formulemos lo que a nuestro entender constituye el concepto básico de este problema:

"Si en ABCD, la permeabilidad se distribuye aleatoriamente con una ley de densidad de probabilidades (K), en cada "tubito" tal como el 1, 2, 3, 4, se encerraría una muestra de permeabilidades distribuidos de tal forma que sus parámetros máximos verosímiles serían en esperanza, los del ABCD" o dicho en otros términos: "si el material es heterogéneo y tiene una ley de heterogeneidad en ABCD, ésta, en promedio sería la misma en todos los"tubitos" tales como el 1, 2, 3, 4 ".

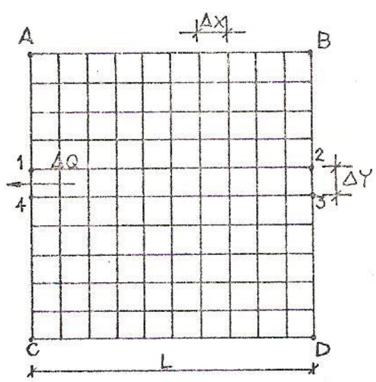


fig 3

Este supuesto es el que nos permite escribir que:

1) El caudal "esperado" será igual para cada uno de los m "tubitos" y además que:

$$Q = m\ E\ (\Delta Q) \qquad (1)$$

Donde Q es el caudal que atraviesa ABCD y ΔQ el que lo hace por 1,2,3,4.

El ΔQ vale:

$$\Delta Q = \Delta Y \cdot \bar{K} \cdot \frac{\Delta h}{L} \qquad (2)$$

donde $\bar{K}$: es la permeabilidad representativa de 1,2,3,4.

Δh: es la pérdida de carga que existe entre la sección $\overline{1,4}$ y $\overline{2,3}$

L : es la longitud del escurrimiento

ΔY : es el alto de cada tubito.

Por otro lado, si suponemos que cada elemento $\Delta X, \Delta Y$ tiene una permeabili dad distinta, el Δh valdrá:

$$\Delta h = \sum_{i=1}^{n} \delta h_i \qquad (3)$$

en la que: δh_i: es la pérdida de carga observada en el elemento i y en el recorrido ΔX

$$n \cong L / \Delta X \qquad (4)$$

esta pérdida teniendo en cuenta que:

$$\Delta Q = V_i \Delta Y = K_i \Delta Y \frac{\delta h_i}{\Delta X}$$

valdrá:

$$\delta h_i = \Delta Q \frac{\Delta X}{\Delta Y} \frac{1}{K_i}$$

y como $\frac{\Delta X}{\Delta Y}$ = cte = 1 (en nuestro ejemplo)

$$\delta h_i = \Delta Q \frac{1}{K_i} \qquad (5)$$

y por tanto la sumatoria (3) valdría:

$$\Delta h = \Delta Q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{K_i}$$

expresión que introducida en (2)

$$\Delta Q = \Delta Y \cdot \bar{K} \cdot \frac{\Delta Q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{K_i}}{L}$$

permite llegar a :

$$\bar{K} = \frac{L}{\Delta Y} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{K_i}} \qquad (6)$$

y como $\Delta X = \Delta Y$ de (4) $\frac{L}{\Delta Y} = n$

obteniendo finalmente:

$$\bar{K} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{K_i}} \qquad (7)$$

además si en (4) introducimos (2) tendremos ;

$$Q = m \; \Delta Y \; \frac{\Delta h}{L} \; E(\bar{K})$$

o sea : $$Q = \bar{H} \; \frac{\Delta h}{L} \; E(\bar{K})$$

donde E(K) es el valor esperado, global o representativo del medio y que - conceptualmente coincidiría con la permeabilidad en el sentido Dupuit.

El $\bar{K}$ de (7) a medida que el tamaño de la muestra crezca tendría una dispersión cada vez menor y en el infinito $\bar{K} = E(\bar{K})$. De aquí que consideremos - adecuado que la relación buscada entre las permeabilidades locales y las globales para un medio altamente heterogeneo sea:

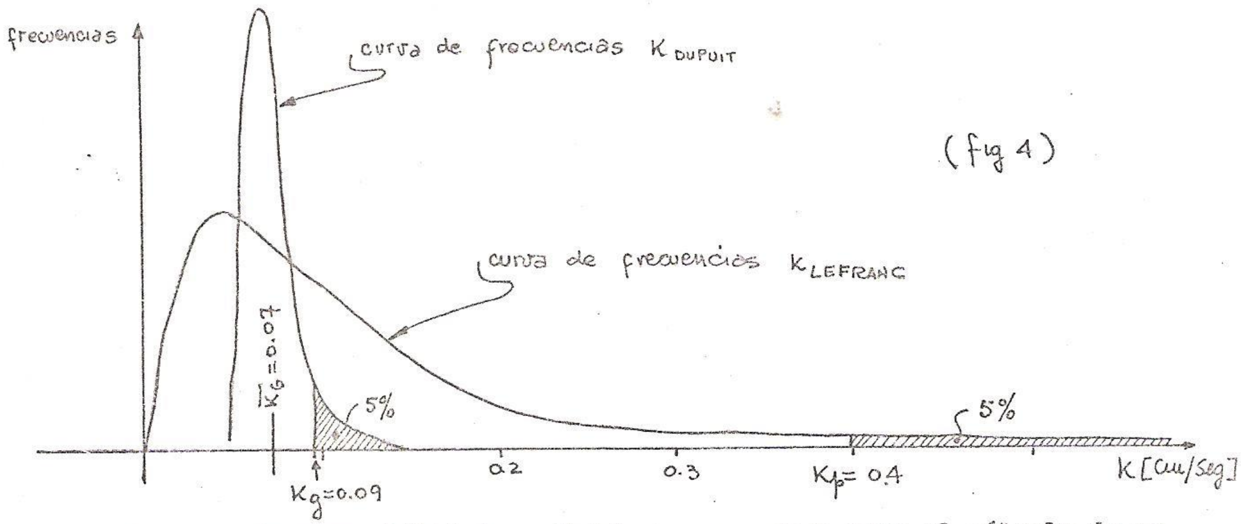
$$K_{DUPUIT} = \frac{N}{\sum_{1}^{N} 1/K_{LEFRANC}}$$

en donde N es el tamaño de la muestra, el que en lugar de estar tomada a lo largo de un "tubito", por lo que anteriormente dijimos, ha sido tomada de - entre todos los "tubitos".

2.- RESULTADOS OBTENIDOS EN NUESTRO CASO

Utilizando el concepto expuesto y la generación sintética, (ver 3.) hemos extraido al azar 50 muestras de 30 LEFRANC cada uno (sólo 30, tratando de - introducir el hecho de que la ley base se obtiene a partir de 1 muestra de 52 ensayos, pero no menor de 30 para evitar entrar en el campo de las pequeñas muestras).

En la figura (5) (sin escala), se ha volcado el resultado del cálculo, siendo la ley explicativa también una Galton - Gibrat. En la figura (4) se resumen todas las conclusiones de este trabajo



Donde el valor de permeabilidad confiable a ser usado para el cálculo de un escurrimiento que afecta una zona extendida debe ser: Kg= 0,09 cm/seg. para el cual sólo existe un 5 % de probabilidad de ser igualado o superado.

En cambio para un análisis local de los escurrimientos se recomendó usar - Kp = 0.4 cm/seg.

Es importante señalar que el K de los "pozos generados" <u>coincidió exactamente</u> con el resultado del bombeo real.

Esto último nos llevó a repetir el cálculo para otro caso en el que para un - material heterogéneo conociamos el K Dupuit y a su vez 32 K Lefranc. (Presa compensadora Arroyito). Aquí también existió coincidencia entre lo medido y lo predicho.

30 = número de Lefranc por muestra
50 = número de muestras
.882 =
-2.298 =

HIDRONOR

RESULTADOS ENSAYOS DE BOMBEO (simulados)

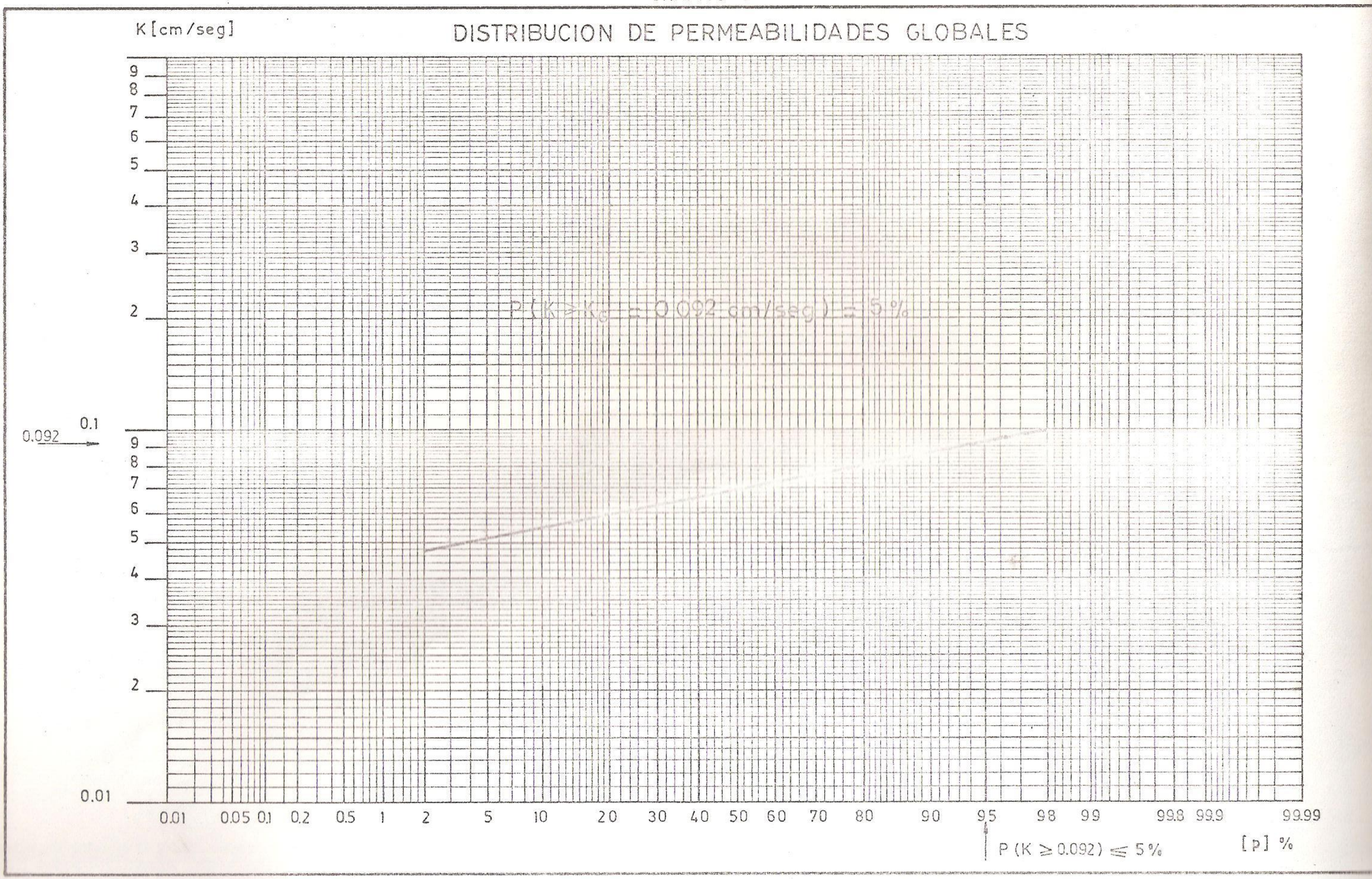
0.051	0.01
0.051	0.03
0.053	0.05
0.054	0.07
0.054	0.09
0.055	0.11
0.055	0.13
0.056	0.15
0.057	0.17
0.057	0.19
0.060	0.21
0.061	0.23
0.062	0.25
0.062	0.27
0.062	0.29
0.063	0.31
0.064	0.33
0.064	0.35
0.064	0.37
0.065	0.39
0.065	0.41
0.066	0.43
0.068	0.45
0.070	0.47
0.070	0.49
0.070	0.51
0.070	0.53
0.071	0.55
0.071	0.57
0.071	0.59
0.071	0.61
0.072	0.63
0.073	0.65
0.074	0.67
0.075	0.69
0.076	0.71
0.076	0.73
0.077	0.75
0.078	0.77
0.079	0.79
0.081	0.81
0.081	0.83
0.082	0.85
0.085	0.87
0.086	0.89
0.086	0.91
0.089	0.93
0.094	0.95
0.094	0.97
0.095	0.99

n = 50

MEDIA	=	0.070
DISVIACION TIPICA	=	0.011
VALOR MINIMO	=	0.051
VALOR MAXIMO	=	0.095

PROBABILIDAD - LOGARITMICA

GRAFICO 3



3.- EL MODELO DE GENERACION SINTETICA DE "ENSAYO DE BOMBEO"

Teniendo en cuenta que la media armónica de una muestra de permeabilidades obtenidas por ensayos LEFRANC, es para nosotros el valor que se obtendría en un ensayo de bombeo realizado en el mismo medio, es posible generar valores de permeabilidad obtenibles en este último, a partir de muestras de los primeros.

Al ser esto factible, generando un conjunto de permeabilidades de pozo suficientemente grande, podremos conocer su función de distribución y de allí - los valores extremos a adoptar en un proyecto que haga uso de ellos.

Todo el problema se reduce entonces a la obtención de las muestras de LEFRANC. El procedimiento que nosotros hemos seguido es el siguiente:

1) apoyados en 52 ensayos LEFRANC realizados en el sitio bajo estudio, se trazó su ley de distribución de probabilidades acumuladas. Para ello se recurrió al gráfico como método de ajuste al que la práctica muestra como adecuada.

   Esto nos condujo a una ley Log-normal (GALTON-GIBRAT) tal como la indicada en el gráfico 1.-

2) Utilizando la técnica de Montecarlo, generamos muestras de permeabilidades puntuales (apoyadas en la ley mencionada).

3) Se calculó la media armónica de cada una de esas muestras (con lo cual se genera en cada caso la permeabilidad obtenible en un pozo).

4) Se dibujó la distribución de medias armónicas calculadas en (3) y se calcularon sus primeros momentos.

5) Con esta distribución fue posible elegir el valor a aconsejar en el proyecto.

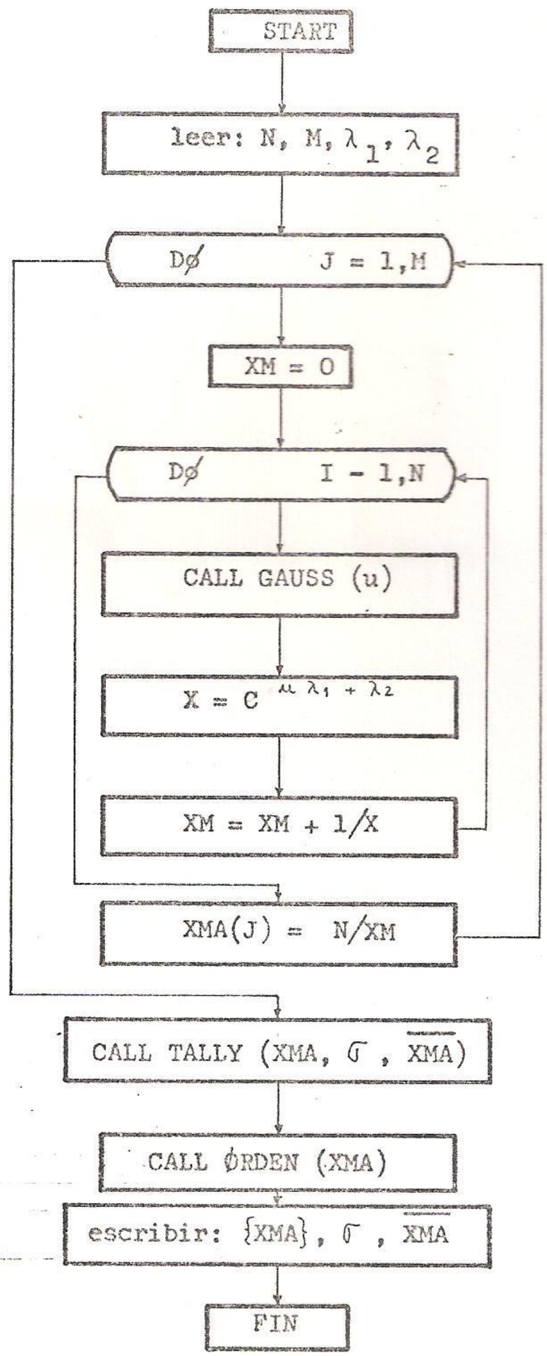
Mostramos a continuación el diagrama de flujo usado para resolver los puntos 2) y 3) del cálculo.

donde: λ_1 y λ_2 son coeficientes calculados a partir de la ley mencionada en (1) y calculados en 4.

N : número de valores generados por muestra.

M : número de muestras generadas.

XMA (J) : media armónica de la muestra (J)



generación de números aleatorios distribuidos normalmente.

generación de números $0 < x < +\infty$ distribuidos log-normalmente.

suma de inversas para el cálculo de la media armónica.

cálculo de los primeros momentos de {XMA.}

se ordenan los SMA (J) por orden creciente p/facilitar su graficado

4.- CALCULO DE LOS PARAMETROS λ_1 y λ_2 DE LA EXPRESION $K = e^{U\lambda_1 + \lambda_2}$

Para ello usaremos como estimadores los obtenidos directamente del gráfico, por entender que para pequeñas muestras constituyen un buen procedimiento.

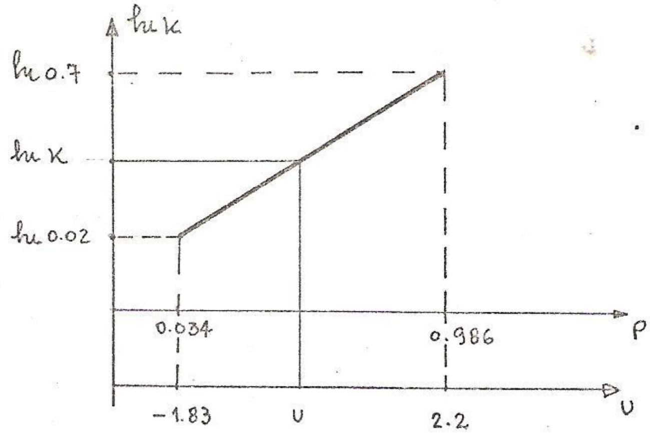


Fig.5

de la figura obtenemos: $$\frac{\ln K - \ln 0.02}{U - (-1.83)} = \frac{\ln 0.7 - \ln 0.02}{2.2 - (-1.83)}$$

de donde: $K = C^{0.882\,U - 2.298}$

o sea : $\lambda_1 = 0.882$ y $\lambda_2 = -2.298$